

# Modelagem Não-linear da Produção Acumulada de Biogás em Rede de Biodigestores Anaeróbios

*Non lineal model of the biogas accumulated production in anaerobe digester's network*

Guido N. Lopes  
Academia Roraimense de Ciências e Departamento de Solos e Engenharia Agrícola do CCA /UFRR  
guido@query.in

**Resumo:** A presente nota tem por objetivo descrever o modelo padrão não linear (determinístico *Gompertz* e exponencial de base  $\gamma$ ) da produção acumulada de biogás em rede de biodigestores anaeróbios. Modelam-se os efeitos da variação da quantidade de biomassa, água e inóculo na produção de biogás e da redução nos teores de sólidos totais e voláteis. E faz-se correção de volume de biogás para a CNTP (20°C, 1 atm).

**Palavras-Chave:** Biogás, digestão anaeróbia, regressão estatística.

**Abstract:** *The present technical notes aims to describe a nonlinear standard model (Gompertz deterministic and  $\gamma$  base exponential) for accumulated production of biogas in a network of anaerobic digester's. In this way, some variation effects were modelled for biomass, water and inoculate quantities, considering the biogas production as well as reduction of total solids and volatile contents. It also includes the correction of biogas volumes for normal temperature and pressure conditions (20°C, 1 atm).*

**Keywords:** *Biogas, anaerobic digesters, regression statistics.*

## Introdução

Um evento é dito aleatório quando não for possível afirmar deterministicamente o resultado do evento.

Os resultados podem parecer erráticos nas primeiras repetições, entretanto, após um grande número de repetições, o evento aleatório demonstra regularidades.

Quando lidamos com fenômenos aleatórios, podemos conhecer, *a priori*, o conjunto dos possíveis resultados esperados a serem observados em um experimento.

A partir da estruturação de um modelo matemático, podemos atribuir aos resultados possíveis, números que representam os valores esperados ou chances de ocorrerem. Esses valores esperados ou probabilidades são números não-negativos entre 'zero' e 'um', inclusive. O modelo pode ser construído a partir da frequência de ocorrência observada em um grande número de experimentos (AGUIRRE, 2000).

Seja um experimento aleatório, o espaço amostral  $S$  é um conjunto dos resultados possíveis.

A cada evento quaisquer  $A$  e  $B$ , subconjuntos de  $S$ , podemos associar a probabilidade  $P(A)$  tal que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , para eventos  $A$  e  $B$  mutuamente excludentes com  $P(S) = 1$ .

Uma variável aleatória unidimensional  $X$  é uma função  $S \rightarrow S_x \subset \mathfrak{R}$  que associa a cada elemento  $s \in S$  um único número real  $X(s)$ . Podendo ser discreta,  $S_x$ , finita ou infinita numerável, ou contínua,  $S_x$ , infinita não-numerável.

A distribuição de probabilidade de uma variável

aleatória discreta  $X$  cujo contradomínio é  $S_x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  é dado pelo conjunto de pares  $(x_i, p_i)$  com  $i=1, 2, \dots, n$ , onde  $p_i = P(X=x_i)$ ;  $p_i \geq 0$  e  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Para as variáveis contínuas, a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória  $X$  é definida pela função densidade de probabilidade,  $f_x$ , tal que  $f_x(x) dx$  representa a probabilidade  $P(x \leq X \leq x+dx)$ . Para um intervalo real  $[a, b]$ , temos  $\int_a^b f_x(x) dx$ , onde  $f_x(x) \geq 0, \forall x$ , e  $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1$ .

Sob o ponto de vista de modelagem determinística, podemos avaliar a resposta de um sistema, quer seja físico, biológico ou agrônomico e etc., por uma função  $F$ .

As variáveis discretas ou contínuas que representam as condições de estado do sistema são representadas por um vetor,  $X$ , tal que  $F(X) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Onde  $n$  é o número de variáveis necessárias para descrever o sistema.

Sistemas reais, *a priori*, são não-lineares e não determinísticos.

Uma modelagem que mais se aproxima dos sistemas reais são os modelos estocásticos.

Dos mais simples são aqueles descritos por dois componentes, um funcional determinístico e o outro aleatório.

Tal que,  $F(X; \theta) + \zeta$ , onde  $\theta$  é um vetor paramétrico aleatório associado as variáveis do sistema, e  $\zeta$  descreve o ruído ou erro do sistema (AGUIRRE, 2000).

### Modelo Padrão

Descreve-se a modelagem e os resultados experimentais dos efeitos da variação da quantidade de estrume, água e inóculo, sendo avaliada a eficiência da digestão na ausência de oxigênio na produção de biogás (THOMAS e NORDSTEDT, 1993 e SOUZA, 2001) e as reduções de sólidos totais (TST) e voláteis (TSV) em ciclos de abastecimento dos biodigestores (BARREIRA, 1993) ligados em rede, conforme descreve (QUEIROZ, 2001 e 2003).

O volume de biogás registrado no gasômetro,  $V_n = Ah$ , em cada biodigestor cilíndrico é determinado pela multiplicação da área de secção reta interna do gasômetro,  $A$ , pelo deslocamento vertical,  $h$ , calibrado em relação ao ponto zero.

A correção de volume para as condições normais de temperatura e pressão, segundo (QUEIROZ, 2003), pode ser feito visto que o fator de compressibilidade do biogás confinado apresenta um comportamento termodinâmico comparável ao do modelo de gás ideal, onde  $V_c = V_n(P_n T_c / T_n P_c)$  é volume de biogás corrigido ( $m^3$ );  $V_n$  é o volume do biogás registrado no gasômetro ( $m^3$ );  $P_n$  e  $T_n$  são as leituras de pressão e temperatura do biogás no gasômetro, respectivamente.  $P_c$  e  $T_c$  são a pressão e a temperatura corrigidas do biogás a altitude e coordenada geográfica de Boa Vista, respectivamente.

Para as determinações das medidas dos teores de sólidos totais, TST (%), foram amostradas efluentes no abastecimento e no resultado do processo de biodigestão em cada biodigestor em cada ciclo.  $TST = (M_s - M_0)100 / (M_u - M_0)$ , onde  $M_s$  é a massa seca ( $65^{\circ}C$  até  $25^{\circ}C$ ) dos sólidos totais (g);  $M_u$  é a massa úmida (g) e  $M_0$  é a tara do recipiente de coleta de amostra (g).

Para as determinações das medidas dos teores de sólidos voláteis, TSV (%), foram amostradas efluentes no abastecimento e no resultado de processo de biodigestão em cada biodigestor em cada ciclo a partir do material seco utilizado na determinação do TST.  $TSV = TST - (M_i - M_f)100 / M_i$ , onde  $M_i$  é a massa seca inicial (g) dos sólidos totais;  $M_f$  é a massa seca final (g) obtida por aquecimento a  $575^{\circ}C$  por duas horas e esfriado em dessecador até a temperatura ambiente ( $25^{\circ}C$ ).

Admite-se uma combinação de modelos de regressão não-linear, tipo exponencial de base  $\gamma$  com Gompertz (QUEIROZ, 2001 e 2003), para estimar o volume produzido de biogás em função do tempo para cada tipo de tratamento em cada ciclo de abastecimento, tal que  $V(t_{ij}) = (\alpha_1 - \beta_1 \gamma_1^{t_{ij}}) - (e^{(\alpha_2 - \beta_2 \gamma_2^{t_{ij}})} + \zeta_{ij})$ , onde  $\theta = [\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2]^T$  é o vetor paramétrico associado ao modelo de regressão não-linear, e  $\zeta$  descreve o ruído ou erro do sistema. Os índices indexadores  $i$  e  $j$  são relativos à  $i$ -ésima observação e ao  $j$ -ésimo tratamento, respectivamente.

Como sugere (QUEIROZ, 2003), foi utilizado o método iterativo Gauss-Newton-Marquardt, onde

cada iteração minimiza a soma dos quadrados dos desvios dos volumes de biogás produzidos em relação à função esperada linearizada.

A convergência do método depende do comportamento da função esperada como também dos valores iniciais.

O tratamento estatístico dessa simulação será abordado em futura nota técnica.

### Parâmetros da simulação

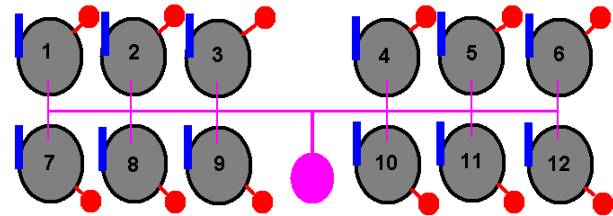
#### - rede de biodigestores

Na simulação foram utilizados 12 biodigestores cilíndricos ligados em rede, sendo cada um com capacidade de carga interna de  $60,00 \pm 0,01$ kg, diâmetro interno de  $370,0 \pm 0,1$ mm e altura de  $600,0 \pm 0,1$ mm.

A Figura 1 ilustra a rede de biodigestores.

#### - ciclos de abastecimento e tratamentos utilizados

Foram simulados para dois ciclos de abastecimento, conforme consta na Tabela 1. Em cada ciclo o substrato foi preparado com teor de sólidos totais em média a 8% e sólidos voláteis em média a 7%, contendo estrume, água e inóculo.



**Figura 1:** Diagrama esquemático da rede de biodigestores do tipo batelada, enumerado de 1 a 12. O círculo vermelho representa o gasômetro e a haste em azul representa o registrador do deslocamento vertical acoplado na parte superior de cada gasômetro, em relação ao ponto zero, pré-fixado na haste. A conexão rosa interliga todos os biodigestores registrando o volume total de biogás acumulado no sistema.

**Tabela 1:** Dados utilizados na simulação

Ciclos	N. Trat.	Estrume (kg)	Água (kg)	Inóculo (kg)	TST (kg)	TSV (kg)
1	T1	25,00	35,00	0,00	4,87	4,31
	T2	18,00	18,00	24,00	5,25	4,47
2	T2	18,00	18,00	24,00	5,16	4,47

Fonte: (QUEIROZ, 2003).

### Resultados e discussão

A média de produção de biogás no primeiro ciclo foi  $1,31 \pm 0,01 m^3$  para o tratamento T1 e  $1,29 \pm 0,01 m^3$  para T2 (QUEIROZ, 2003).

No tratamento T2 com 83 dias a menos que no T1, a produção de biogás difere em somente 2%, isso mostra que o tempo de retenção hidráulica é compensado pela presença de inóculo.

Observando as estimativas dos parâmetros ( $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ ) não são muito próximos, demonstrando que haverá diferença significativa nos tratamentos, pois as velocidades de crescimento microbiano são diferentes.

A princípio, os coeficientes de determinação,  $R^2$ , alto, indicam um satisfatório ajuste da curva de crescimento e as variâncias residuais,  $\sigma^2$ , baixas, indicam a eficiência do modelo padrão. Mas, somente uma abordagem da Estatística Não-Paramétrica da Análise de Variância para estabelecer confiança na modelagem.

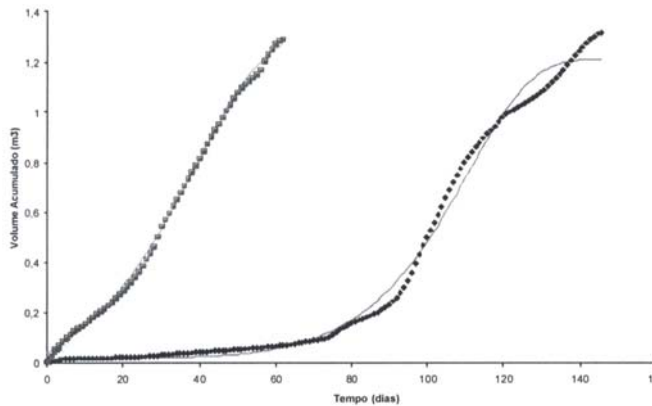
**Tabela 2:** Características de qualidade do ajuste do modelo padrão, com a média das repetições para os dois tratamentos.

	Ciclos		
	Primeiro		Segundo
	T1	T2	T2
TRH (dias)	147	64	84
$\bar{\alpha}_1$	5,40	4,12	10,05
$\bar{\beta}_1$	4,14	2,83	0,07
$\bar{\gamma}_1$	1,00	0,93	0,82
$\bar{\alpha}_2$	0,21	0,33	2,30
$\bar{\beta}_2$	$10^{-3}$	0,11	$2,510^{-3}$
$\bar{\gamma}_2$	1,06	1,05	1,02
$R^2$ (%)	99,30	99,87	99,28
$\sigma^2$	$1,410^{-3}$	$2,410^{-4}$	$2,010^{-4}$

Fonte: (QUEIROZ, 2003).

Na Figura 2 estão ilustrados os volumes acumulados de biogás em função do tempo para o primeiro ciclo.

O modelo padrão descreveu satisfatoriamente a produção acumulada de biogás para o primeiro ciclo. As variações ou oscilações entre os dados observados e resultados modelados foram em decorrências da superestimação dos processos de produção microbiana, principalmente no tratamento T2 com a presença de inóculo.

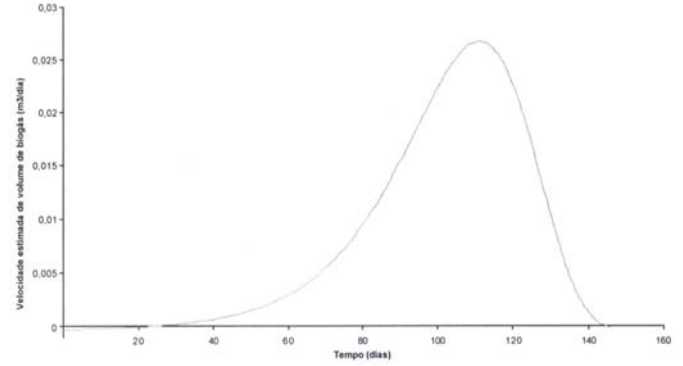


**Figura 2:** São ilustrados os volumes acumulados de biogás em função do tempo (valores experimentais, pontos e simulados, curvas) para o primeiro ciclo de abastecimento para os dois tratamentos, T1 e T2, respectivamente.

Fonte: (QUEIROZ, 2003).

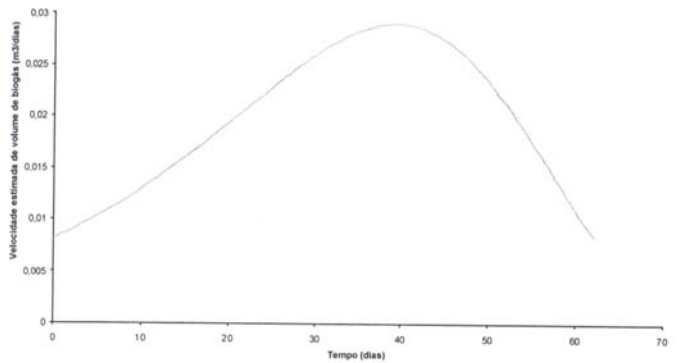
Observa-se na Figura 3 que a velocidade de produção de biogás foi crescente até os 115 primeiros dias e caindo mais rápido que na subida, em média em 25 dias. Típico de uma distribuição assimétrica negativa.

Observa-se na Figura 4 que a velocidade de produção de biogás foi crescente até os 40 primeiros dias e caindo quase simetricamente nos 30 dias seguintes.



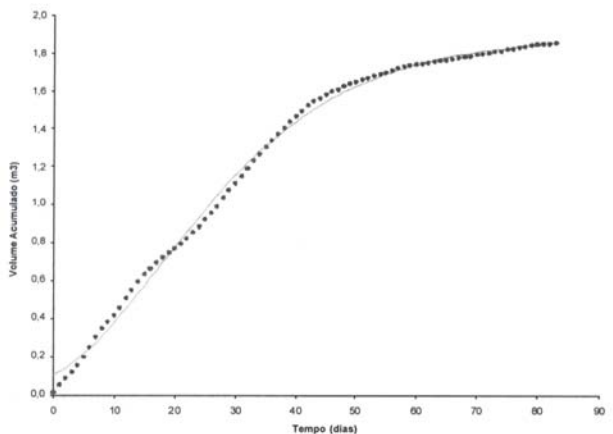
**Figura 3:** Curva da velocidade instantânea de produção de biogás em função do tempo para o tratamento T1 no primeiro ciclo de abastecimento.

Fonte: (QUEIROZ, 2003).



**Figura 4:** Curva da velocidade instantânea de produção de biogás em função do tempo para o tratamento T2 no primeiro ciclo de abastecimento.

Fonte: (QUEIROZ, 2003).



**Figura 5:** São ilustrados os volumes acumulados de biogás em função do tempo (valores experimentais, pontos e simulados, curvas) para o segundo ciclo de abastecimento para tratamento único T2.

Fonte: (QUEIROZ, 2003).

A média de produção de biogás no segundo ciclo foi 1,84 m<sup>3</sup> para o único tratamento T2 (QUEIROZ, 2003).

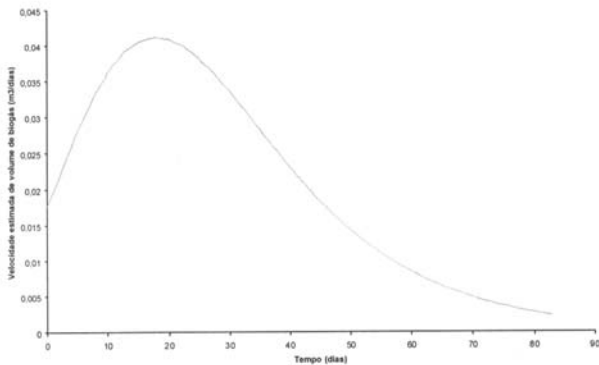
Para o segundo ciclo o tempo de retenção hidráulica foi de 84 dias, conforme consta na Tabela 2.

Comparando o tratamento T2 nos dois ciclos, observa-se um significativo aumento na produção acumulada de biogás, em torno de 55%.

Na Figura 5 estão ilustrados os volumes acumulados de biogás em função do tempo para o segundo ciclo.

Novamente o modelo padrão descreveu satisfatoriamente a produção acumulada de biogás para o segundo ciclo. Quase não há variações ou oscilações entre os dados observados e os resultados modelados.

Observa-se na Figura 6 que a velocidade de produção de biogás foi crescente até os 20 primeiros dias e caindo suavemente nos 60 dias seguintes. Típico de uma distribuição assimétrica positiva.



**Figura 6:** Curva da velocidade instantânea de produção de biogás em função do tempo para o tratamento único T2 no segundo ciclo de abastecimento.

Fonte: (QUEIROZ, 2003).

## Conclusões

A modelagem não linear (determinístico *Gompertz* e exponencial de base  $\gamma$ ) da produção acumulada de biogás em rede de biodigestores anaeróbios é um modelo que pode ser considerado padrão para estimativas e tomada de decisão.

## Literatura citada

- AGUIRRE, L.A. Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares a sistemas reais. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 2000. 554p.
- BARREIRA, P. Biodigestores: energia, fertilidade e saneamento para zona rural. São Paulo: Cone, 1993. 106p.
- QUEIROZ, S.C. Função Gompertz aplicada à modelagem de produção do biogás em biodigestores tipo batelada. 2001. 61p. Dissertação de Mestrado em Agronomia – Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu – SP, 2001.
- QUEIROZ, S.C. Modelagem da produção acumulada de biogás em biodigestores tipo batelada segundo a porcentagem de inóculo adicionado utilizando os modelos de regressão não-linear de Gompertz e exponencial. 2003. 112p. Tese de Doutorado em Agronomia – Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu – SP, 2003.
- SOUZA, C.F. Biodigestão anaeróbia de dejetos de suínos: obtenção de dados aplicados no desenvolvimento de um modelo dinâmico de simulação da produção de biogás. 2001. 140p. Tese de Doutorado em Zootecnia – Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu – SP, 2001.
- THOMAS, M.V. e NORDSTEDT, R. Generic anaerobic digestion model for the simulation of various reactor types and substrates. American Society of Agricultural Engineers. vol. 36, no. 2, 537-544, 1993.

Recebido e aceito para publicação em 23/11/07.